

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Prof. Aurimenes

A análise combinatória é a parte da matemática que estuda os problemas de contagem, isto é, podemos calcular a quantidade de subconjuntos de um dado conjunto finito, sem no entanto ter que enumerar exaustivamente um a um.

PRINCÍPIO DA MULTIPLICAÇÃO:

Podemos agora enunciar o princípio da multiplicação ou princípio fundamental da contagem, segue:

Se um decisão d_1 pode ser tomada de x maneiras e se, uma vez tomada a decisão d_1 , a decisão d_2 puder ser tomada de y maneiras então o número de maneiras de se tomarem as decisões d_1 e d_2 é $x.y$

P₁ – Uma bandeira é formada por quatro listras, que devem ser coloridas usando-se apenas as cores amarelo, branco e cinza, não devendo listras adjacentes ter a mesma cor. De quantos modos pode ser colorida a bandeira?

P₂ – Quantos números naturais de três algarismos distintos existem?

P₃ – Quantos números naturais de 4 algarismos, que sejam menores que 5000 e divisíveis por 5, podem ser formados usando-se apenas os algarismos 2, 3, 4 e 5 ?

Recomendação : “*não adie dificuldades!, pois pequenas dificuldades adiadas costumam gerar GRANDES dificuldades*”. (Augusto César de O. Morgado)

“*Se alguma decisão é mais complicada que as demais, ela deve ser tomada em primeiro lugar*”. (Augusto César de O. Morgado)

P₄ – Quantos são os números naturais pares que se escrevem com três algarismos distintos?

P₅ – Quantos números de quatro dígitos são maiores que 2400 e:

- têm todos os dígitos diferentes.
- Não têm dígitos iguais a 3, 5 ou 6.
- Têm as propriedades a) e b) simultaneamente.

Respostas dos problemas:

P₁. 24

P₂. 648

P₃. 48

P₄. 328

P₅. a) 3.864

b) 1.567

c) 560

Fatorial: dado um número NATURAL (\mathbb{N}) n , definimos o fatorial de n , e indica-se por $n!$, ao produto: $n \cdot (n-1)(n-2) \dots 2 \cdot 1$

* $1! = 1$

** $0! = 1$

1. Permutações Simples

Dados n objetos distintos a_1, a_2, \dots, a_n , de quantos modos é possível ordená-los?

Por exemplo, para os objetos 1, 2, 3 há 6 ordenações: 123, 132, 213, 231, 312 e 321. no caso geral temos n modos de escolher o objeto que ocupará o primeiro lugar, $n-1$ modos de escolher o que ocupará o segundo lugar, \dots , 1 modo de escolher o objeto que ocupará o último lugar. Portanto, o número de modos de ordenar n objetos distintos é

$$n(n-1)\dots 1 = n!$$

Cada ordenação dos n objetos é chamada uma permutação simples de n objetos distintos e é representado por $P_n = n!$

2. Arranjos

Definimos Arranjos de n elementos tomados p a p como sendo: $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$

3. Combinação

Definimos combinação de n elementos tomados p a p como sendo: $C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)! \cdot p!}$

Alunos, é fundamental estabelecer a diferença entre ARRANJOS e COMBINAÇÕES!!!

Questões anteriores do Teste ANPAD

01. Um barco é oferecido pelo fabricante em 8 cores diferentes e com 4 diferentes tipos de acabamento. Além disso, o comprador pode escolher para o barco um dentre 3 diferentes tipos de motor, cada um dos quais, por sua vez, pode ser movido a gasolina, ou a óleo diesel. O número total de opções de escolha de um comprador desse barco é:

- a) 68
- b) 86
- c) 124
- d) 128
- e) 192

02. Um casal pretende ter três filhos. As possibilidades, quanto à seqüência de sexo dos filhos, são em número de:

- a) 3
- b) 4
- c) 6
- d) 7
- e) 8



03. As placas dos veículos são formadas por três letras seguidas de quatro algarismos. O número de placas que podem ser formadas com as letras A, B e C e os algarismos pares sem repetição de algarismos é:
- a) 144
 - b) 360
 - c) 648
 - d) 720
 - e) 3240
04. Uma empresa usa cinco dígitos para identificar os seus funcionários. Os dois primeiros dígitos são ocupados por vogais e os três últimos por algarismos. Supondo proibida a repetição de vogais, o número máximo de identidade que esta empresa pode fornecer é:
- a) 14.400
 - b) 2.400
 - c) 1.200
 - d) 10.000
 - e) 20.000
05. Marcam-se 5 pontos sobre uma reta r e 8 pontos sobre uma reta s paralela a r . Quantos triângulos existem com vértices em 3 desses 13 pontos?
- a) 120
 - b) 140
 - c) 180
 - d) 220
 - e) 240
06. Permutando os algarismos 2, 4, 5, 8 e 9 são formados números dispostos em ordem crescente. Então o lugar que o número 58.429 ocupa é o :
- a) 48°
 - b) 60°
 - c) 62°
 - d) 63°
 - e) 65°
07. Em uma festa infantil estão presentes 10 meninos usando calça de brim e 10 meninos de veludo. Quantos grupos de 5 meninos podemos formar se em cada um dos grupos deve haver 3 meninos usando calça de brim e dois meninos usando calça de veludo?
- a) 45
 - b) 120
 - c) 165
 - d) 3165
 - e) 5400



08. Existem sete funcionários aptos a executar quatro tarefas distintas em uma empresa. Qualquer um deles está habilitado para realizar qualquer dessas tarefas. Assim, o gerente da empresa pode escolher quaisquer quatro dentre os sete funcionários e atribuir a cada um deles uma das quatro atividades. O número de possibilidades distintas para essa atribuição é:
- a) 840
 - b) 625
 - c) 365
 - d) 35
 - e) 24
09. O conselho Desportivo de uma escola é composto por 2 professores e 3 alunos. Candidataram-se para constituir esse Conselho 5 professores e 12 alunos. Então, o número de maneiras diferentes que este Conselho pode ser composto é:
- a) 360
 - b) 1100
 - c) 2200
 - d) 3260
 - e) 6188
10. Com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6, a quantidade de números de 3 algarismos distintos que se podem formar é:
- a) 120
 - b) 180
 - c) 210
 - d) 216
 - e) 343
11. Para proteger um arquivo que continha um documento confidencial, Alberto criou uma senha com uma seqüência de 4 algarismos distintos, na qual o último algarismo é o dobro do primeiro. Para abrir o arquivo, o número máximo de tentativas diferentes é igual a:
- a) 90
 - b) 112
 - c) 168
 - d) 224
 - e) 280
12. Um administrador de fundo de um fundo de ações dispõe de ações de 12 empresas distintas para a venda, dentre as quais encontram-se as empresas *A*, *B* e *C*. ele deseja formar carteiras utilizando 8 dessas empresas de modo que as duas regras abaixo sejam satisfeitas.
- I. A empresa *A* compõe a carteira se, e somente se, a empresa *B* também a compõe.
 - II. A empresa *C* compõe a carteira se, e somente se, a empresa *A* não a compõe.



Assim, o número de carteiras distintas que ele pode formar pode ser escrito como:

- a) $A_{9,6} + A_{9,7} = 241920$
- b) $C_{9,6} + C_{10,8} = 129$
- c) $C_{9,6} + C_{10,8} = 120$
- d) $A_{9,6} + A_{9,8} = 423360$
- e) $C_{12,8} - C_{9,5} = 369$

13. O número de anagramas que podem ser feitos com a palavra ADMINISTRADOR, de modo que as consoantes sejam mantidas em suas respectivas posições, é:

- a) 120
- b) 56
- c) 30
- d) 20
- e) 10

14. Um grupo de sete pessoas é formado por dois irmãos, dois casais e um padre. Esse grupo deseja tirar uma foto, obedecendo às seguintes regras:

- todos os membros do grupo devem se posicionar lado a lado (perfilados)
- o padre deve se posicionar em um extremo, no lado direito ou no lado esquerdo
- cada casal deve permanecer junto

Considerando essas regras, quantas fotos distintas podem ser tiradas pelo grupo, ou seja, quantas combinações de posicionamento dos membros do grupo podem ser geradas para tirar diferentes fotos?

- a) 84
- b) 92
- c) 96
- d) 192
- e) 5040

15. Considere todos os números de quatro algarismos distintos, formados com os dígitos 1, 2, 3, ..., 9. Quantos destes são ímpares e maiores que 3.000 ?

- a) 672
- b) 772
- c) 872
- d) 1302
- e) 1402



16. Listando-se em ordem crescente todos os números de cinco algarismos distintos, formados com os elementos do conjunto $\{1, 2, 4, 6, 7\}$, o número 62417 ocupa o n -ésimo lugar. Então n é igual a:

- a) 74
- b) 75
- c) 79
- d) 81
- e) 92

17. Escrevendo-se em ordem decrescente todos os números de cinco algarismos distintos formados pelos algarismos 3, 5, 7, 8 e 9, a ordem do número 75389 é:

- a) 54
- b) 67
- c) 66
- d) 55
- e) 56

18. . Considere formados e dispostos em ordem crescente todos os números que se obtêm permutando os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9. O número 75391 ocupa, nessa disposição, o lugar

- a) 21°
- b) 64°
- c) 88°
- d) 92°
- e) 120°

